

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΔΕΥΤΕΡΑ 25 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μίας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$. Για τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$ να αποδείξετε ότι:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$$

Μονάδες 5

- A2.** Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$;

Μονάδες 5

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α.** Η διακύμανση ενός δείγματος είναι μέτρο θέσης.
β. Αν η τετμημένη ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα είναι $x(t)$ τη χρονική στιγμή t , τότε η ταχύτητά του θα είναι $v(t) = x'(t)$.
γ. $(x^p)' = px^{p-1}$, όπου p ρητός αριθμός.

Μονάδες 6

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

α. $\left(\frac{1}{x^2}\right)' = \dots$

β. $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

γ. $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = \dots$, όπου $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$, ℓ_1 πραγματικός αριθμός, v ακέραιος.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Ο χρόνος αναμονής (σε λεπτά) ενός δείγματος επιβατών σε μία στάση λεωφορείου, κατά τη διάρκεια μίας ημέρας, ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x} = 5$ και τυπική απόκλιση $s = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2(\sqrt{x}-1)}$.

B1. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση s .

Μονάδες 6

Αν $s = 1$:

B2. Να βρείτε το ποσοστό του δείγματος με χρόνο αναμονής από 3 έως 6 λεπτά.

Μονάδες 7

B3. Να βρείτε τη διάμεσο δ (μον.1), τον συντελεστή μεταβολής CV (μον.2) και να εκτιμήσετε το εύρος R (μον.1).

Μονάδες 4

B4. Αν ο χρόνος αναμονής 380 ατόμων είναι από 3 έως 7 λεπτά, να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Τα έτη υπηρεσίας των 50 υπαλλήλων μίας εταιρείας ομαδοποιήθηκαν σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Έτη [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $F_i\%$
[0, 10)	5	7	14	...
[10, 20)	15	$2\alpha + 4$
[20, 30)	25	10
[30, 40)	35	$3\alpha - 6$...	100
Σύνολο		50	100	

Γ1. Να υπολογίσετε το α .

Μονάδες 5

Αν $\alpha = 7$:

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} .

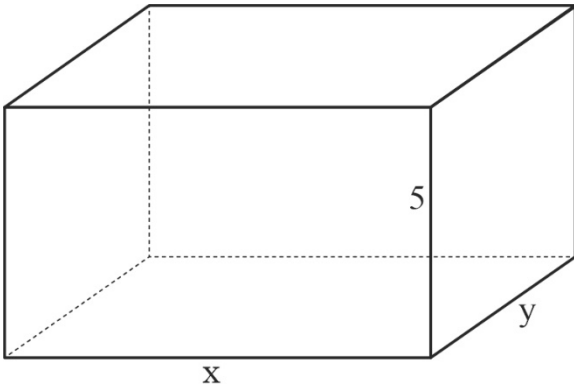
Μονάδες 7

Γ4. α. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα (μον.3) και το πολύγωνο (μον. 1) των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων %.

β. Να εκτιμήσετε τη διάμεσο (μον. 3).

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ



Μία δεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με ύψος 5 μέτρα, έχει βάση ορθογώνιο μήκους x και πλάτους y (οι διαστάσεις x, y εκφράζονται σε μέτρα). Η περίμετρος της βάσης είναι 40 μέτρα.

Δ1. Να εκφράσετε το πλάτος y ως συνάρτηση του x .

Μονάδες 4

Δ2. Να δείξετε ότι ο όγκος της δεξαμενής δίνεται από τη συνάρτηση με τύπο $V(x) = 100x - 5x^2$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης του όγκου $V(x)$.

Μονάδες 6

Δ3. α. Για ποια τιμή του x η δεξαμενή έχει τον μέγιστο όγκο (μον. 8);

β. Να υπολογίσετε τον μέγιστο όγκο (μον. 2).

Μονάδες 10

Δ4. Δύο δεξαμενές A και B ίδιου σχήματος με την αρχική, έχουν μήκη $x_A = 11,81$ μέτρα και $x_B = 11,82$ μέτρα αντιστοίχως. Να απαντήσετε αιτιολογημένα ποια από τις δύο δεξαμενές έχει τον μεγαλύτερο όγκο.

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ