

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
7 Νοεμβρίου 2025
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Να βρείτε όλους τους θετικούς ακέραιους A οι οποίοι είναι 2025 φορές μεγαλύτεροι από το τελευταίο ψηφίο τους.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Αν οι πραγματικοί αριθμοί x, y ικανοποιούν την ισότητα:

$$4x^2 + 9y^2 + x^2y^2 + 18xy - 4x - 6y + 10 = 0,$$

να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = 8x^3 + 27y^3.$$

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι

$$\hat{A} = 120^\circ \text{ και } A\Gamma = 2 \cdot AB.$$

Αν η μεσοκάθετος της πλευράς AB τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Δ , να βρεθεί ο λόγος $\frac{A\Delta}{\Delta\Gamma}$.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
7 Νοεμβρίου 2025
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Αν οι a, b είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί και η εξίσωση

$$3x^2 - 2(2a + b)x + 2a^2 + 2ab + b^2 - 1 = 0,$$

με άγνωστο το x , έχει λύση στους πραγματικούς αριθμούς, να αποδείξετε ότι:

$$(1). \quad a^2 + ab + b^2 \leq \frac{3}{2} \quad \text{και} \quad (2). \quad a + b \leq \sqrt{2}.$$

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB < BG$, και σημεία Ε και Ζ στις πλευρές ΑΔ και ΓΔ, αντίστοιχα, τέτοια ώστε τα τρίγωνα ΒΑΕ και ΒΓΖ να έχουν το ίδιο εμβαδό. Αν επιπλέον ισχύει ότι $AB^2 = AE \cdot AD$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΒΕΖ είναι ορθογώνιο.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Ο Γιώργος μοίρασε διαδοχικά 150 μπίλιες σε 10 κουτιά $K_1, K_2, \dots, K_{10}$, με αυτή τη σειρά, στα οποία έβαλε $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ μπίλιες, αντίστοιχα, όπου $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ θετικοί ακέραιοι. Ξεκινώντας να βάζει μπίλιες από το κουτί K_1 , σε κάθε επόμενο κουτί έβαζε περισσότερες μπίλιες από το προηγούμενο. Αν ο αριθμός από μπίλιες που έβαλε στο πρώτο κουτί είναι μεγαλύτερος ή ίσος από το μισό του αριθμού από μπίλιες που έβαλε στο δέκατο κουτί, να βρεθεί πόσες μπίλιες έβαλε στο έκτο κουτί.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34

106 79 ΑΘΗΝΑ

Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY

34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street

GR. 106 79 - Athens - HELLAS

Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025

e-mail : info@hms.gr

www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
7 Νοεμβρίου 2025

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Έστω $(a_n)_{n \geq 1}$ μία αριθμητική πρόοδος τέτοια ώστε $a_{m+n} = 103$ και $a_{m-n} = 49$, για κάποιους θετικούς ακέραιους $m > n$. Να βρεθεί η τιμή της διαφοράς $a_{na_m} - a_n$.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι x, y για τους οποίους ισχύει:

$$11x^2y^2 - y^4 - 25x^4 + 7 = 0.$$

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $B\Gamma = \lambda \cdot AB$, για κάποιο $\lambda > 1$, και σημεία Ε και Ζ στις πλευρές ΑΔ και ΓΔ, αντίστοιχα, τέτοια ώστε η ευθεία ΕΖ να είναι παράλληλη προς την ευθεία ΑΓ και $\widehat{B\hat{E}Z} = 90^\circ$.

Να βρείτε το λόγο των εμβαδών $\frac{(BEZ)}{(AB\Gamma\Delta)}$ συναρτήσει του λ .

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες

Καλή επιτυχία!