ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
87ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
6 Νοεμβρίου 2026

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Έστω ο τετραψήφιος αριθμός $A = \overline{\alpha\beta\gamma\delta} = 1000\alpha + 100\beta + 10\gamma + \delta$. Διαγράφουμε το τελευταίο ψηφίο του A, οπότε προκύπτει ο αριθμός $B = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma$. Αν το τριπλάσιο του αριθμού B είναι μικρότερο από τον αριθμό A κατά 2024, να προσδιορίσετε όλες τις δυνατές τιμές του αριθμού A.

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Να βρείτε όλες τις τριάδες θετικών ακεραίων (a, b, c) για τις οποίες ισχύουν:

$$a + b + c = 2026 \qquad \text{και} \qquad a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca + 1.$$

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Έστω ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο με ΑΒ = ΑΓ και $B\hat{A}\Gamma = 120^o$. Η διχοτόμος της γωνίας $A\hat{B}\Gamma$ τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Δ. Στην πλευρά ΒΓ θεωρούμε σημείο Ε τέτοιο ώστε ΓΕ = ΓΑ και στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ θεωρούμε σημείο Ζ τέτοιο ώστε ΑΖ = ΑΕ. Να αποδείξετε ότι ΑΖ = ΒΖ.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες *Καλή επιτυχία!*

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
87ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
6 Νοεμβρίου 2026

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Αν ο αριθμός x είναι τριψήφιος θετικός ακέραιος και ο αριθμός y είναι ακέραιος διαφορετικός από τους 0 και -2 και ικανοποιούν την εξίσωση

$$\frac{x}{y}+\frac{x+2}{y+2}=2,$$

να βρείτε πόσες είναι οι δυνατές διαφορετικές τιμές της παράστασης

$$A=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}.$$

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Να βρείτε όλους τους ακεραίους n για τους οποίους η εξίσωση

$$x^2-nx-n-5=0$$

έχει ρητές ρίζες.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ. Έστω ΑΔ ύψος και ΒΕ διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ. Αν είναι $\text{ΒΕ}=2\cdot\text{ΑΔ}$, να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες ***Καλή επιτυχία!***

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
87ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΘΑΛΗΣ"
6 Νοεμβρίου 2026

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (6 μονάδες)

Να βρεθούν οι θετικοί ακέραιοι αριθμοί x, y που ικανοποιούν και τις δύο παρακάτω εξισώσεις:

$$x^2 - 10y = 85$$
$$y^2 - 6x = 106.$$

Πρόβλημα 2 (6 μονάδες)

Η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ικανοποιεί για κάθε πραγματικό x τη σχέση

$$f(x) + 2f(1-x) = 3x.$$

(α) Να βρείτε τον τύπο της f.

(β) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του γινομένου $f(x) \cdot f(1-x)$, καθώς και την τιμή του x για την οποία επιτυγχάνεται.

Πρόβλημα 3 (8 μονάδες)

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και σημείο Ε πάνω στην πλευρά ΑΔ τέτοιο ώστε $\Delta E = 2 \cdot EA$. Έστω Ζ το σημείο τομής των ευθειών ΒΕ και ΓΔ, και Η το σημείο τομής των ΓΕ και ΑΒ. Αν Μ είναι το μέσο του ΗΕ και Ν είναι το μέσο του ΕΖ, να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Μ, Ν είναι συνευθειακά.

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες *Καλή επιτυχία!*